

文章编号: 1000-8055(2004) 05-0598-06

基于 B-P 本构模型的涡轮盘应力分析

陈 勇¹, 宋迎东², 高德平², 范绪箕¹

(1. 上海交通大学 1011 研究室, 上海 200030;

2. 南京航空航天大学 能源与动力学院, 江苏 南京 210016)

摘要: 针对 Bodner-Partom 统一粘塑性本构方程, 采用 Euler 前差显式积分方法, 编制了用户子程序, 把该本构方程结合进了大型通用有限元软件 ANSYS, 进行了一维和二维的算例验证, 并针对某涡轮盘进行了三维应力分析。该程序可考虑材料变形的率相关、循环加载等情况, 适用于航空发动机高温部件非线性结构分析。

关键词: 航空、航天推进系统; 粘塑性; 本构方程; 有限元; 涡轮盘

中图分类号: V 231. 9; O 346

文献标识码: A

Stresses Analysis of Turbine Disk Based on B-P Constitutive Equations

CHEN Yong¹, SONG Ying-dong², GAO De-ping², FAN Xu-ji¹

(1. 1011 Institute, Shang Hai Jiao Tong University, Shang Hai 200030, China;

2. School of Energy and Power, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,
Nanjing 210016, China)

Abstract: Based on the Bodner-Partom visco-elastic-plastic constitutive theory, after developing a self-adaptive time integration method for the constitutive equation, a user defined subroutine was developed and implemented into the general purpose non-linear finite element software ANSYS. The software takes material deformation, cyclic and variable loading condition into account. Compared to the published results, it shows that the calculated results are satisfactory, and the accuracy and efficiency are acceptable. Further, stress analysis of a turbine disk based on B-P constitutive equations was carried out. The calculated results show that the coded subroutine can be applied to the nonlinear structure analysis of aero-engine hot sections.

Key words: aerospace propulsion system; visco-elastic-plastic; constitutive equation; finite element methods; turbine disk

大量研究表明: 在高温下材料特性是时间相关的, 并且塑性与蠕变两者有交互作用。而航空发动机涡轮盘承受了极高的温度载荷和机械载荷, 用传统弹塑性和蠕变理论不足以准确分析其不同时刻的应力场。因此涡轮盘这类高温构件的应力分析宜用统一的方法, 即采用考虑塑性与蠕变交

互作用的统一弹粘塑性本构方程来处理。Bodner 和 Partom 采用位错动力学的思想, 于 1968 年首先提出的 Bodner-Partom 模型^[1] (即 B-P 模型) 是较有代表性的统一弹-粘塑性本构模型。B-P 模型能模拟一系列应变率相关的非弹性变形的重要特征, 如循环硬化与循环软化、非比例加载引起的

收稿日期: 2003- 10- 16; 修订日期: 2004- 01- 01

作者简介: 陈勇 (1975-), 男, 湖南郴州人, 上海交通大学动力工程及工程热物理博士后流动站博士后, 主要从事粉末高温合金构件的强度研究及金属热防护系统优化设计研究。

附加硬化、热恢复、温度相关、损伤的演变等, 具有较强的模拟能力, 在大量工程实际问题中得到广泛应用。

本文基于 B-P 统一弹-粘塑性本构模型, 采用自适应显式积分方法, 将其加入到大型通用有限元程序 ANSYS 中, 并进行了此本构关系率相关、应变率跳级拉伸、循环等分析能力的验证, 与相关文献的试验结果和数值分析结果进行了对比, 并针对某涡轮盘进行了全三维应力分析。

1 B-P 统一弹粘塑性本构关系

B-P 本构模型由三部分组成, 流动法则、运动方程和内变量演变方程, 它们均以率形式表达。流动法则: 在小变形($\leq 5\%$) 情况下, B-P 模型认为总的应变率由弹性和非弹性两部分组成, 即:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p \tag{1}$$

式中: $\dot{\epsilon}_{ij}^e$ 为弹性应变率, $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ 为非弹性应变率。 $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ 可表示为:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \lambda S_{ij} \quad ; \quad \dot{\epsilon}_{kk} = 0 \quad \lambda \geq 0 \tag{2}$$

其中: λ 为常数, S_{ij} 为应力偏量。

运动方程:

$$D^2 = D_0 \exp \left[- \left(\frac{Z^2}{3J_2} \right)^\eta \right] \tag{3a}$$

其中:

$$D^2 = \frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p \tag{3b}$$

式中: J_2 为应力偏量不变量。 D_0 为剪应变率极限值, 除特别高的应变率外, 一般取 $D_0 = 10^4 s^{-1}$ 。 n 为材料的应变率敏感性。 Z 为载荷历史相关的参数, 表示材料抵抗塑性变形的硬化状态。

内变量演变方程:

B-P 模型认为式 (3a) 中的硬化变量是由各向同性分量 Z' 和方向性分量 Z^D 组成:

$$Z = Z' + Z^D \tag{4}$$

各向同性硬化分量的演变方程为:

$$\begin{aligned} \dot{Z}' &= m_1 [Z_1 - Z'] \dot{W}_p - \\ &A_1 Z_1 \left[\frac{Z' - Z_2}{Z_1} \right]^{r_1} \end{aligned} \tag{5}$$

Z 的初值为 Z_0 ; Z_1 为 Z' 的极值 (饱和值); m_1 为硬化率; $\dot{W}_p = \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p$ 为塑性功变化率。 Z_2 为给定温度下 Z' 的初值, 在工程应用中, $Z_2 = Z_0$ 。 A_1 和 r_1 为给定温度下硬化的热恢复系数和热恢复指数。

方向性硬化变量 Z^D 可表示为:

$$Z^D = \beta_{ij} u_{ij} \tag{6}$$

$$u_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{(\sigma_{kl} \sigma_{kl})^{1/2}} \tag{7}$$

$$\begin{aligned} \beta_{ij} &= m_2 [Z^3 u_{ij} - \beta_{ij}] \dot{W}_p - \\ &A_2 Z_1 \left[\frac{(\beta_{kl} \beta_{kl})^{1/2}}{Z_1} \right]^{r_2} v_{ij} \end{aligned} \tag{8}$$

$$v_{ij} = \frac{\beta_{ij}}{(\beta_{kl} \beta_{kl})^{1/2}} \tag{9}$$

一般地, 有: $\beta_{ij}(0) = 0$ 。

因此, 对于 B-P 模型, 需要确定的材料参数有 $D_0, Z_0, Z_1, Z_2, Z_3, A_1, A_2, r_1, r_2, n, m_1, m_2$ 以及材料的弹性模量和泊松比。

2 B-P 本构关系与 ANSYS 的接口子程序

目前统一型粘塑性本构方程大多以率形式给出, 这就需要通过合适的积分方法把本构方程从率形式转化为增量形式。由于 B-P 模型的运动方程具有高度非线性, 自变量一个小的变化将引起因变量一个很大的变化, 因此在其积分方法上需特别注意。通过多次试算和比较, 本文采用了 Euler 前差显式积分方法, 该方法虽然是条件稳定的, 但它相对比较简单, 可以很好地与目前的有限元软件相结合。只要在积分时恰当地控制积分步长, 其积分结果和效率是可以接受的。上述本构方程, 通常可以用一阶的非线性偏微分方程表示, 因此在某一给定时刻 t 的应力、应变和其他内变量可以用如下形式给出:

$$dy/dt = F(y, t) \tag{10}$$

y 可以是应力, 非弹性应变, 内变量等, $F(y, t)$ 是本构方程右端非线性项。该偏微分方程通常是高度非线性的; 积分时, 为了保证其稳定性, 需要较小的积分步长。当采用细分步长技术积分本构方程时, 假定初始值 $y(t=0) = y_A$, 积分步长 t 细分为等份, 这样从 t 时刻到 $t + \Delta t$ 时刻的积分过程可采用 Euler 显式积分公式:

$$y_{t+\Delta t/nsub} = y_t + \frac{\Delta t}{n_{sub}} F(y, t) \tag{11}$$

重复 n_{sub} 遍, 即可得到 $y(t + \Delta t)$ 。 Δt 为整体时间步长。采用 Euler 显式方法进行本构方程积分的关键在于恰当地选择时间步长, 为了保证“时间步长内 y 为常变化率”的假定, 时间步长不能太大。对 B-P 本构方程, 通常要求较小的时间步长。在 ANSYS 提供的用户子程序上, 通过控制变量 `dtime`, 使得每一子载荷步的应力增量 $\Delta \sigma$ 不超过 Z_0 的 0.1%, 才能保证求解过程的稳定。

ANSYS 提供了 5 个用户子程序用于自定义本构关系的开发,分别包含了杆单元、梁单元、平面应力单元、平面应变单元和三维实体单元等不同单元类型。用户可根据不同需要进行开发。

3 算 例

3.1 一维算例

一横截面为单位面积的直杆,长为 5 个单位长度。一端固定,另一端以位移 $U=5.0\times 10^{-4}t$ 的速率加载到 500 s。计算其应力和应变。直杆材料为 FGH95,其 B-P 模型材料参数为^[4]:

$D_0=10^4\text{ s}^{-1}$ (设置)

$Z_0=Z_2=1\,590\text{ MPa},\quad Z_1=1\,850\text{ MPa}$

$Z_3=205\text{ MPa},\quad A_1=A_2=10^{-5}$

$r_1=r_2=1.2,\quad n=3.78$

$m_1=0.085,\quad m_2=2.24$

弹性模量为 200 GPa,泊松比为 0.29。

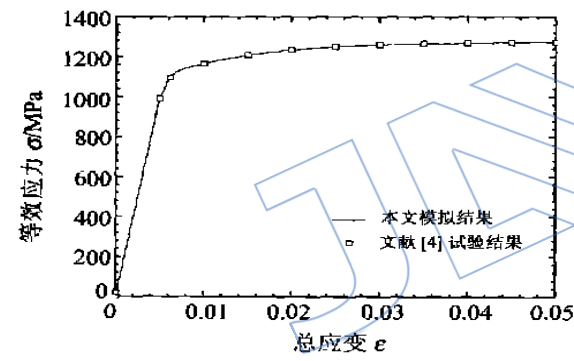


图 1 ANSYS 模拟结果同文献[4]试验结果的对比
Fig.1 Comparison of computational results and experimen results

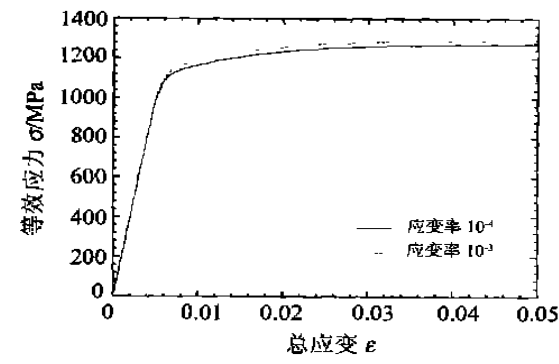


图 2 不同应变率条件下的应力应变曲线
Fig.2 Strain-stress curve under different strain rate

本文计算结果与同文献[4]的试验结果对比

见图 1。从图 1 上可以看出,本文采用 ANSYS 的模拟结果与文献[4]的试验结果吻合较好,说明编制的接口子程序是有效的。

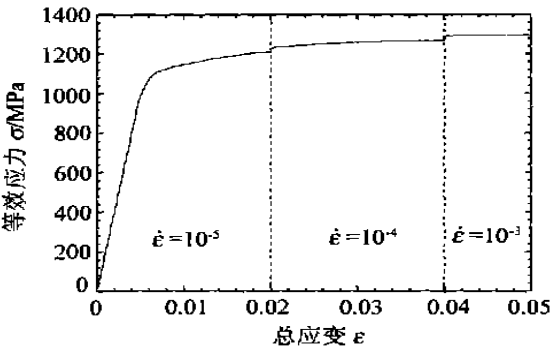


图 3 应变率跳级拉伸条件下的应力应变曲线
Fig.3 Strain-stress curve under variable strain rate

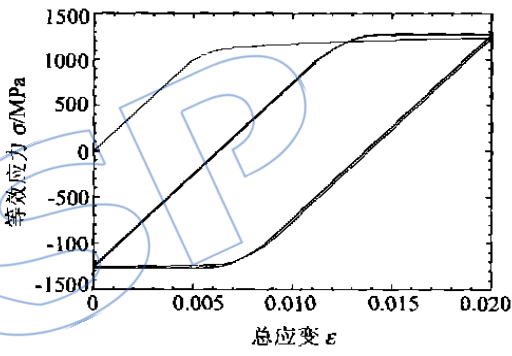


图 4 循环载荷下的应力应变曲线
Fig.4 Strain-stress curve under cycling loads

为进一步验证程序的模拟能力,计算了不同应变率条件下、应变率跳级拉伸条件下以及循环载荷条件下的应力应变曲线,分别如图 2~图 4 所示。从图 2、图 3 可以看出,高应变率条件下的应力要稍高于低应变率条件下的应力,这与文献[4]的试验规律相符。图 4 显示的循环载荷下的应力应变曲线规律与文献[4]一致,说明程序模拟能力较强。

3.2 二维算例

一厚度为 0.2 mm,边长为 10 mm 的正方形薄板,含一半径为 0.5 mm 中心孔,材料为 In 738 LC。在 850℃下,薄板两边受简支约束,另一边受到均匀拉伸载荷 σ_s 作用, σ_s 为 180 MPa。计算作用时间为 40 000 h 时孔边的等效应力和等效应变。薄板的有限元模型和载荷示意图如图 5 所示。850℃时 In 738 LC 的 B-P 模型参数为^[3]:

$D_0=8.82\times 10^9\text{ h}^{-1}$

$Z_0=4.18\times 10^5\text{ MPa}$

$Z_1 = 3.76 \times 10^5 \text{ MPa}$

$Z_2 = 3.07 \times 10^5 \text{ MPa}$

$Z_3 = 1.54 \times 10^5 \text{ MPa}$

$A_1 = A_2 = 1.65 \times 10^{-7} \text{ MPa/h}$

$r_1 = r_2 = 5.4 \text{ , } n = 0.289$

$m_1 = 0.581 \text{ , } m_2 = 0.344$

弹性模量为 149 650 MPa。由于 σ_3 为一阶跃载荷, 直接进行 B-P 模型的有限元计算时收敛比较困难, 因此在计算时处理成一斜坡载荷, 但 σ_3 从 0 增加到最大值 180 MPa 的时间较短(4 h)。

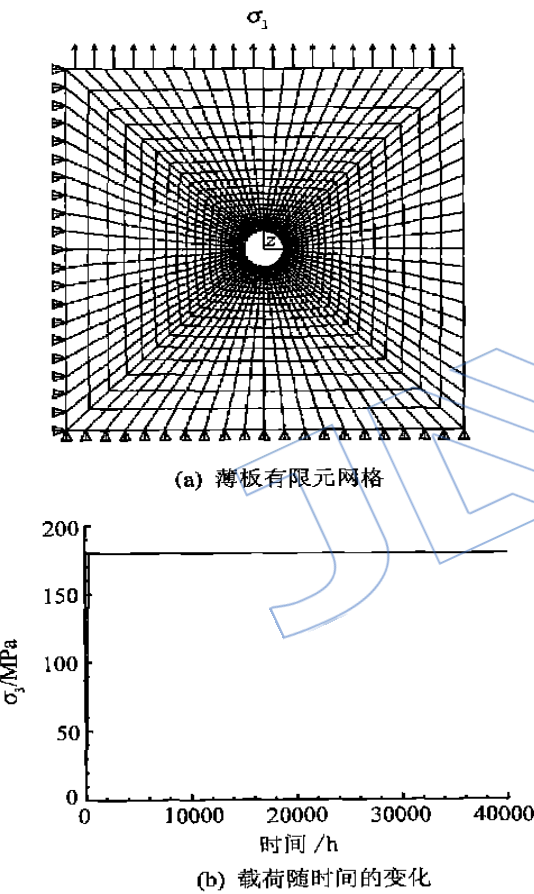


图 5 薄板有限元网格和载荷示意图

Fig. 5 Finite element model of the sheet and the load

文献[3]用考虑 B-P 模型的 ABAQUS 程序计算了该算例, 并考虑了损伤的影响。本文在 B-P 模型中加入与文献[3]相同的损伤模型, 对接口程序进行考核。 σ_3 作用不同时间后的等效应力和等效应变分布如图 6 和图 7 所示。本文计算结果表明: σ_3 作用 40 000 h 后孔边最大等效应力为 219 MPa, 最大损伤变量为 0.097 8; 文献[3]计算最大应力为 217 MPa, 损伤变量接近 0.1。本文计算结

果与文献[3]的结果相差不到 1%, 且本文计算应

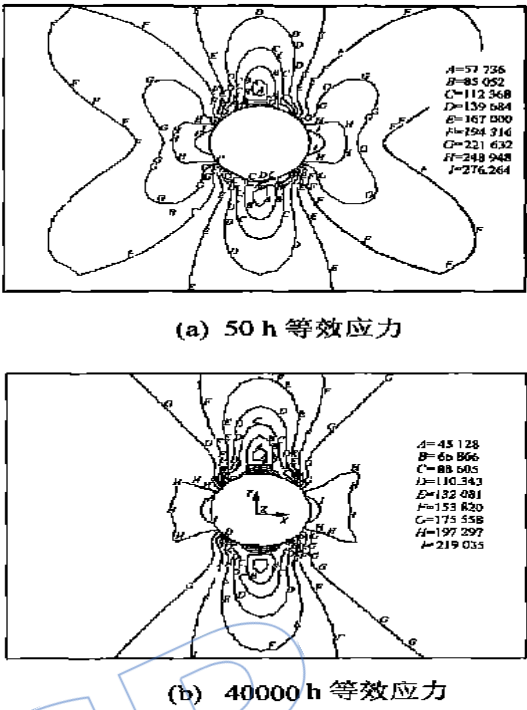


图 6 不同时刻等效应力图(考虑损伤)

Fig. 6 Equivalent stress at different time (Coupled with damage)

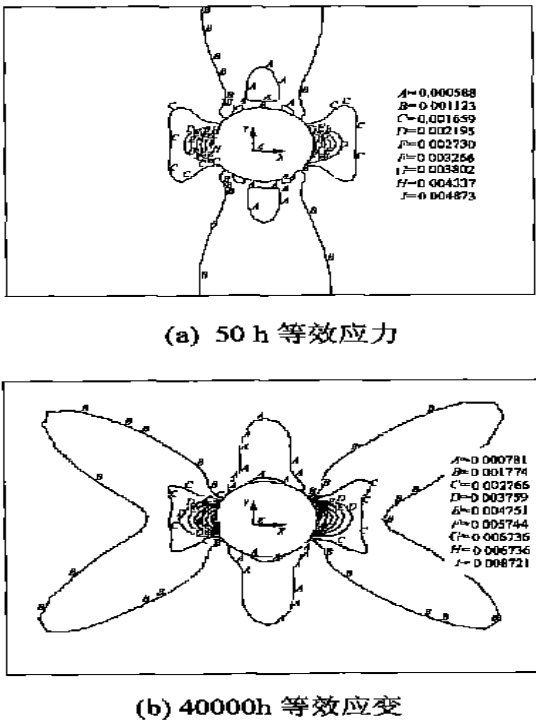


图 7 不同时刻等效应变图(考虑损伤)

Fig. 7 Equivalent strain at different time (Coupled with damage)

力分布规律、损伤分布规律与文献[3]基本一致。因此可以认为本文的计算结果是合理的,程序是可靠的。

3.3 三维算例

由于目前没有三维算例可以对照,因此只能对程序进行定性的考核。本文针对某发动机涡轮盘进行了应力分析。利用涡轮盘的对称性,取其四分之一进行建模。涡轮盘的有限元模型如图 8 所示,总共划分了 14 969 个六面体实体单元,18 018 个节点。以轮盘榫槽底部为界,将轮盘截成外缘为自由表面的圆盘,叶片和轮缘凸块的离心力假定均匀分布在轮缘上。涡轮盘材料为 FGH95。涡轮盘的额定工作转速为 33 400 r/min,但在额定工作转速下,涡轮盘整体仍处于弹性状态,因此本文计算了超转 122% 的情况。转速在 50 s 内均匀上升到最大转速,并保持到 1 800 s。在对称面上施加了旋转对称边界条件,在涡轮盘凸起部分施加轴向位移约束。

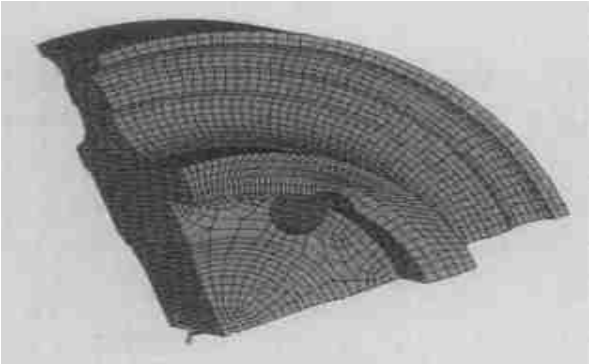


图 8 涡轮盘有限元网格

Fig. 8 Finite element model of turbine disk

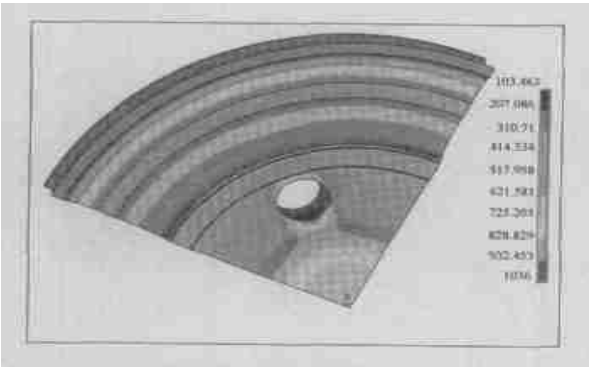


图 9 50 s 时涡轮盘的等效应力图

Fig. 9 Equivalent stress of turbine disk at 50 s

由于粘塑性计算是一个非常耗时的过程,为了提高计算效率,本文对载荷步进行了优化。在前 30 s 内应力数值和应变率较小,该应力水平下的

塑性应变也会非常小,因此在实际计算时,前 30 s 的载荷较粗,为 10 s 一步(未另外划分子载荷步)。而在后 20 s,由于应力水平提高较快,且应变率较高(为 1.2×10^{-4} 左右),此时的载荷步必须划分较细,以保持积分运算的稳定。在这 20 s 内划分了 10 个载荷步,每个载荷步又划分了 50 个子载荷步。50 s 之后的载荷保持不变,载荷步适当放宽,从 50 s 到 1 800 s 划分了 5 个载荷步,每个载荷步分 10 个子载荷步。

50 s 时的等效应力和等效塑性应变如图 9、图 10 所示。从图中可以看出,最大等效应力出现在偏心孔靠近轮心一侧,为 1 036 MPa,最大等效应变为 0.466%,其中最大等效塑性应变为 0.024 6%。最大等效应力、应变随时间的变化如图 11、图 12 所示。从图上可以看出,在 500 s 以后,最大等效应力和等效塑性应变基本保持不变,说明 FGH95 材料的应力松弛现象不明显,抗蠕变性能很好。

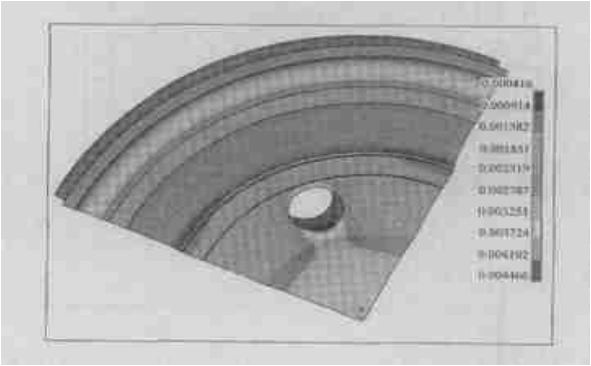


图 10 50 s 时涡轮盘的等效应变图

Fig. 10 Equivalent strain of turbine disk at 50 s

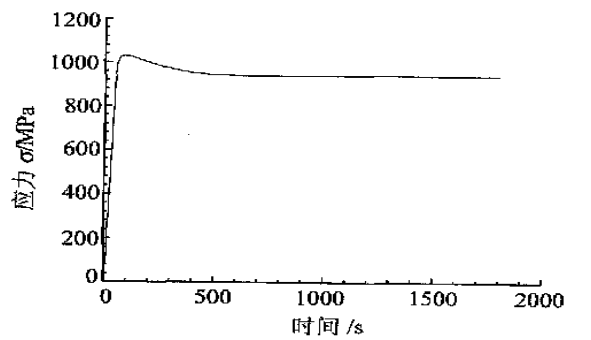


图 11 最大等效应力随时间的变化

Fig. 11 Max equivalent stress from 50 s to 1 800 s

本文提供的基于 B-P 本构模型的涡轮盘应力分析结果较为客观地反映了偏心孔周围的应力集中现象,且分布规律和数值都是合理的,再一次

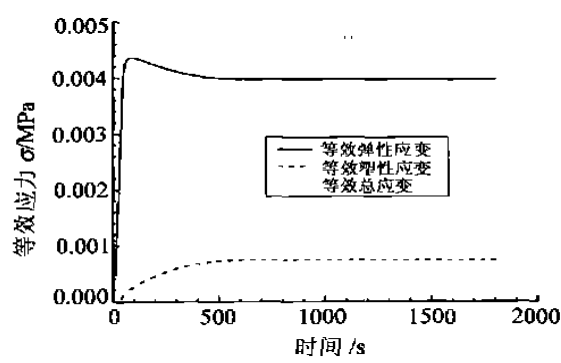


图 12 最大等效应变随时间的变化
Fig. 12 Max equivalent strain from 50 s
to 1 800 s

说明了本文编制的接口程序是有效和正确的。

4 结 论

本文成功地将 B-P 统一粘塑性本构关系引入大型通用有限元程序 ANSYS 中,并分别进行

了一维、二维、三维算例分析,结果表明本文编制的有限元接口程序具有在不同应变率条件下、应变率跳级拉伸条件下以及循环载荷条件下的模拟能力,程序有效可靠,适合于在发动机热端部件应力分析中应用。

参考文献:

[1] Bodner S R. Constitutive Equations for Dynamic Material Behavior in Mechanical Behavior of Materials Under Dynamic Loads[R] . Springer -Verlag . NewYork: 1968. 176- 902.

[2] 宋迎东, 高德平. 评述B-P 统一弹粘塑性本构模型[J] . 南京航空航天大学学报, 1997, 129(5): 593- 599.

[3] Weidong Qi, Wolfgang Brocks. ABAQUS User Subroutines for the Simulation of Viscoplastic Behaviour Including Anisotropic Damage for Isotropic Materials and for Single Crystals[R] . Technical Note GK SS/ WM S/ 01/ 5, Internal Report.

[4] 宋迎东. 粉末冶金涡轮盘的强度与寿命研究[D] . 南京: 南京航空航天大学, 1997.